Les Francs Bourgeois - La Salle Frères des Écoles Chrétiennes		DST de :	MATHEMATIQUES
Date du DST :	Mardi 12 décembre 2023	Durée de l'épreuve :	2 heures
Nom du professeur :	Mme FAHLAOUI	Classe :	Tle STMG
Matériel autorisé :	• L'usage de la calculatrice graphique est autorisé pour cette épreuve. • L'usage de la calculatrice sans mémoire « type **collège** » est autorisé pour cette épreuve.		
Consignes particulières :	• Ne pas rendre le sujet ; seulement la page 3 du sujet complétée. • Soigner la rédaction.		

Exercice 1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).
Pour chacune des quatre questions, une et une seule des réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est attendue.
Chaque bonne réponse rapporte 0,5 point ; une réponse inexacte enlève 0,25 point ; une absence de réponse n'enlève ni ne donne de point.
Mettre votre réponse dans le tableau mis en annexe en page 3.

1. Dans une ville, sur deux années consécutives, la population a augmenté de 4% puis de 6%.
   Alors la population a augmenté de :

   A. moins de 10% **B.** 10,24% **C.** 10% **D.** 10,2%

2. La fonction $f\ :\ x \longmapsto -0,6 \times 2^x$:

   A. est une fonction exponentielle de base 2 **B.** est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$ **C.** est strictement croissante sur $\mathbb{R}$ **D.** vérifie $f(0) = 0$

3. Une grandeur positive augmente de 25%.
   Alors le pourcentage d'évolution réciproque correspondant à cette augmentation est :

   A. 80% **B.** 25% **C.** 20% **D.** 75%

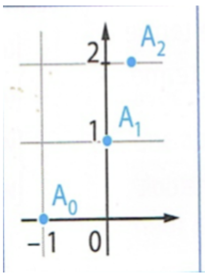
4. La suite définie par $\begin{cases} u_0 = 4 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 2u_n - 3 \end{cases}$ vérifie

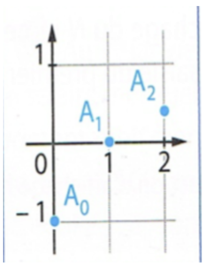
   A. $u_1 = 5$ **B.** $u_1 = -1$ **C.** $u_1 = -6u_0$ **D.** $u_2 = 8$

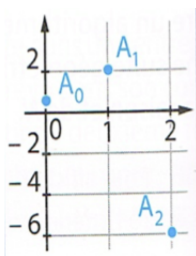
5. La suite (u_n) définie par $u_n = -3n^2 + 1$ vérifie :

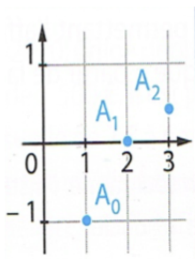
   A. $u_0 = 0$ **B.** $u_1 = 12$ **C.** $u_1 = -11$ **D.** $u_{12} = -431$

6. Soit la suite définie par $\begin{cases} u_0 = -1 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \dfrac{2u_n + 2}{-3u_n + 5} \end{cases}$
   Les trois premiers termes de cette suite sont représentés par :

   A. 

   B. 

   C. 

   D. 

Exercice 2
Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $u_n = \dfrac{1}{n+1}$

1. Démontrer que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} - u_n = \dfrac{-1}{(n+1)(n+2)}$
2. En déduire le sens de variation de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

Exercice 3
Deux entreprises avaient le même nombre de salariés en 2004.

La première voit son effectif augmenter de 15% en 2005 puis diminuer de 5% en 2006, la seconde voit son effectif diminuer de 10% en 2005 puis augmenter de 20% en 2006.

Quelle entreprise possède le plus de salariés en 2006 ? Justifier votre réponse.

Exercice 4
Victor et Sandra sont embauchés dans une entreprise le 1er janvier 2010 à des conditions différentes.

Victor commence avec un salaire mensuel net de 1 100 euros, et Sandra avec un salaire mensuel net de 1 200 euros.

On souhaite étudier l'évolution de leurs salaires.

On note u_n le salaire mensuel de Victor au 1er janvier de l'année $2010 + n$ exprimé en euros, et v_n celui de Sandra au 1er janvier de l'année $2010 + n$.

Ainsi $u_0 = 1\,100$ et $v_0 = 1\,200$.

1. Au premier janvier de chaque année, le salaire mensuel de Victor augmente de 4%.
   (a) Calculer u_1 et u_2.
   (b) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
2. Au premier janvier de chaque année, le salaire mensuel de Sandra augmente de 20€.
   (a) Calculer v_1 et v_2.
   (b) Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n.
3. On souhaite comparer l'évolution des deux salaires. A l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de quelle année le salaire mensuel de Victor dépassera celui de Sandra.
4. (a) Donner la forme explicite de la suite (u_n)
   (b) En déduire par un calcul l'année à partir de laquelle Victor aura doublé son salaire.

Exercice 5
Une commune dispose de 380 voitures et propose un système de locations de ces voitures selon les modalités suivantes :

- chaque voiture est louée pour une durée d'un mois ;
- la location commence le 1$^{\text{er}}$ jour du mois et se termine le dernier jour du même mois ;
- le nombre de voitures louées est comptabilisé à la fin de chaque mois.

À la fin du mois de janvier 2019, 280 voitures ont été louées avec ce système de location.

Le responsable de ce système souhaite étudier l'évolution du nombre de locations de voitures.

Pour cela il modélise le nombre de voitures louées chaque mois par une suite (u_n), où,

pour tout entier naturel n, u_n représente le nombre de voitures louées le n-ième mois après le mois de janvier 2019. Ainsi $u_0 = 280$.

On admet que cette modélisation conduit à l'égalité : $u_{n+1} = 0,9u_n + 42$.

1. Combien de voitures ont-elles été louées avec ce système de location au mois de février 2019 ?
2. Pour tout entier naturel n, on pose : $v_n = u_n - 420$.
   (a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique. On précisera le premier terme v_0 et la raison.
   (b) Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n et montrer que $u_n = -140 \times 0,9^n + 420$.
3. Conjecturer sur la valeur de u_n lorsque n devient très grand. Interpréter votre réponse dans le contexte de l'exercice.
4. La commune, qui possède initialement 380 véhicules, envisage d'acheter des voitures supplémentaires pour répondre à la demande. Le responsable de la commune souhaite prévoir à partir de quelle date le nombre de voitures sera insuffisant.
   (a) Résoudre l'inéquation : $-140 \times 0,9^n + 420 > 380$.
   (b) En déduire le mois durant lequel la commune devra augmenter le nombre de voitures.

NOM Prénom :

Barème :

	Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3	Exercice 4	Exercice 5
Total	3	2	3	6	6

Annexe de l'exercice 1 :

Numéro de la question	1	2	3	4	5	6
Réponse						